<u>Инварианты в технических системах</u>

Структура:
1. Понятие: «общая динамика машин».
2. Обобщенная машина как «канал», соединяющий источник мощности с нагрузкой.
3. Амплитудно-частотные характеристики мощности.
4. Пример передачи мощности в виде приводного ремня.
5. Связь различных форм мощности.
6. Три вида сил — три уравнения движения.

1. Понятие: «общая динамика машин»

Первая попытка представить все машины как различные реализации одной и той же «идеальной» машины принадлежит С. Карно. Она была сделана в 1824 г.

Отождествление всех машин как различных **представителей одной и той же машины** было достигнуто введением понятия «рабочий цикл», изображаемым на листе бумаги в координатах, произведение которых соответствует понятию «**энергия»**.

В 1930 г. Г. Крон выступил со своей первой работой, которая называется «Общая теория электрических машин». Заметим, что она написана еще до работ Онзагера и Казимира по основам термодинамики необратимых процессов. В этой работе Г. Крон вводит **новое понятие — «поток свободной энергии»** — и определяет понятие **«машина»** как устройство, через которое поток свободной энергии идет **от источника к нагрузке**.

Этот внешне непримечательный факт вводит в описание машин и механизмов понятие **«мощность».** Оно обобщает понятие **«энергия в рабочем цикле»** до понятия «**число циклов в единицу времени, умноженное на энергию в рабочем цикле**». В этом новом понятии соединились все «непрерывные», «нециклические» рабочие процессы, которые очень ярко описаны академиком А. А. Андроновым и Г. С. Гореликом в статье «Автоколебания и общая динамика машин»:

«Технические науки придерживаются такой классификации, которая копирует традиционное деление физики. Обычная «динамика машин и механизмов», которую изучают во втузах, делит машины на гидравлические, тепловые, электрические. Эта классификация все чаще вступает в конфликт с живым развитием техники».

Для современного развития техники характерно усложнение машин, появление в них самых разнообразных комбинаций механических, гидравлических, электромагнитных, электронных звеньев. Общая динамика машин кладет в основу классификации технических устройств свойства дифференциальных уравнений, описывающих движения этих устройств.

Пусть у нас есть несколько систем — одна механическая, другая электрическая, третья тепловая и так далее. И пусть дифференциальные уравнения движения этих систем, приведенные к безразмерному виду, тождественны. Общая динамика машин не будет различать эти системы. В этих системах при соответствующих начальных условиях возникнут соответствующие движения, причем зависимость элементов траекторий (например, периодов) от параметров также будет одной и той же. Коренится эта зависимость гораздо глубже, в том, что, как и автоколебательные системы, всякая машина является грубой системой, т. е. системой, качественный характер движений которой не изменяется при достаточно малом изменении характеризующих ее параметров.

В любой машине, как в первой, так и в электронной, геометрическим образом периодического движения в фазовом пространстве является «рабочий цикл». Рабочий цикл машины или установившийся характер ее движения возможны тогда и только тогда, когда имеет место **баланс потоков свободной энергии, т. е. поступление энергии в канал машины равно оттоку энергии в нагрузку**.

Представим «обобщенную» машину как «канал», который соединяет источник потока свободной энергии с нагрузкой прямой и обратной связью (рис. 1).

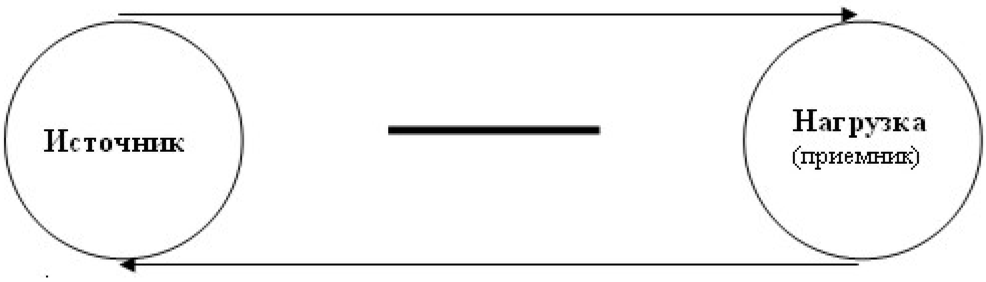

Рис. 1

Общим свойством всех машин является **обобщенный «канал», через который поток свободной энергии от источника переходит в поток свободной энергии, поступающий в нагрузку машины**.

Новое определение машины дает возможность сравнивать все возможные машины по величине **мощности** [L^5T^{-5}].

Любое устройство, которое является «каналом», соединяющим «источник» потока свободной энергии с «нагрузкой», будем называть «**обобщенной машиной**».

При проектировании, анализе и синтезе систем все величины делятся на «постоянные» и «переменные». Физическая величина, которая остается **неизменной**, или **инвариантной**, при переходе от одной машины к другой, является полной мощностью.

Проектное решение, которое **изменяет** конструкцию машины и изменяет коэффициент совершенства технологии, но сохраняет полную мощность без изменения, является «преобразованием координат». Неизменная величина входной мощности, которая образует фундамент «сравнения» всех возможных машин, является **ИНВАРИАНТОМ** или **ТЕНЗОРОМ**. Это «небольшое» изменение физической размерности величины, изображающей «площадь» на фазовой плоскости, приводит к возникновению существенных различий в теории. Это и было замечено как Г. Кроном, так и А. А. Андроновым.

Теперь мы можем гораздо точнее выразить мысль.

Классическая механика Лагранжа—Гамильтона является аксиоматической теорией с явной аксиомой ≡ энергия постоянна.

Общая динамика машин (и теория автоколебаний) будет **аксиоматической теорией с явной аксиомой ≡ мощность постоянна**.

2. Обобщенная машина как «канал», соединяющий источник мощности с нагрузкой

Понятие «машина» указывает, что техническая система совершает **внешнюю работу**, т. е. ее энергия **переходит от источника к нагрузке** (рис. 2).

Рис. 2. «Обобщенная» машина как «канал», соединяющий источник мощности с нагрузкой

Мы выделим в обобщенной машине три группы переменных:
1. параметры источника мощности;
2. параметры канала;
3. параметры нагрузки.

На рис. 2 изображены два клапана, которые способны «изолировать» либо источник мощности от канала (клапан № 1), либо канал от нагрузки (клапан № 2). В классических теориях автоколебаний или авто-вращательного движения обычно используется модель с одним клапаном (клапан № 1), который «управляется» параметром нагрузки. Это «управление» параметрами нагрузки нами представлено клапаном № 2, а «обратная связь» классической теории может быть выражена «фазовыми» соотношениями между положением этих двух клапанов.

Классическая модель паровой машины может быть в нашей модели представлена как **два такта**.

Первый такт — заполнение канала свободной энергией от источника (клапан №1 — открыт, клапан №2 — закрыт). **Второй такт** — сброс свободной энергии из канала на нагрузку (клапан №1 — закрыт, клапан №2 — открыт).

Теперь циклическое изменение свободной энергии канала можно представить круговой диаграммой (рис.3).

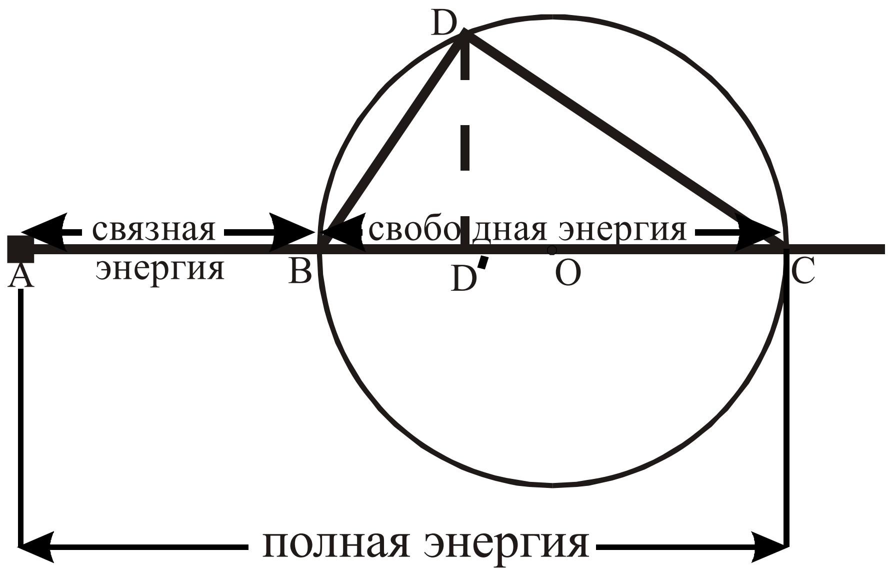

Рис. 3. Круговая диаграмма обобщенной машины

Линия *AC* представляет собой максимальную полную энергию какала, линия *AB* — минимальную энергию канала и соответствует «связной энергии», а линия *BC* — максимальное количество «свободной энергии» в канале. Представляющая точка *D* и ее проекция *D′* показывают своим «движением» изменение свободной энергии канала. При движении в верхней полуплоскости точка *D* показывает «заполнение канала» свободной энергией от источника, а при движении в нижней полуплоскости точка *D′* показывает сброс свободной энергии в нагрузку. Точка *B* в верхней полуплоскости соответствует открытию клапана № 1 и закрытию клапана № 2. В точке *C* положение изменяется: клапан № 2 открывается, а клапан № 1 — закрывается.

Поскольку процессы заполнения канала и сбрасывания свободной энергии в нагрузку протекают во времени, то величина мощности, передаваемой через канал машины, определяется произведением величины свободной энергии (линия *BC*) на число циклов в единицу времени. Величину свободной энергии в цикле (линию *BC*) мы будем называть

«амплитудой автоколебания» (или авто-вращения), а число циклов в единицу времени — **«частотой».**

3. Амплитудно-частотные характеристики мощности

Величина передаваемой через канал мощности будет равна:

$$N = A \cdot v$$

где N — величина мощности, $[L^5T^{-5}]$;

A — амплитуда изменения свободной энергии, $[L^5T^{-4}]$;

v — частота рабочих циклов, $[L^0T^{-1}]$.

Изменение величины передаваемой через канал машины **мощности** при постоянстве амплитуды будет линейно зависеть от частоты, при постоянстве частоты будет линейно зависеть от амплитуды.

В настоящее время известны автоколебательные системы, характеризующиеся как постоянством амплитуды, так и постоянством частоты.

Однако возможны и такие ситуации, когда постоянная величина мощности может представляться множеством амплитудно-частотных характеристик. Нетрудно видеть, что при постоянной мощности имеется гиперболическая зависимость между амплитудой и частотой. Мы можем повторить прием, который использовали в диаграммах, т. е. прологарифмировать выражение мощности и получить семейство прямых, характеризующих «равномощные» машины (рис. 4).

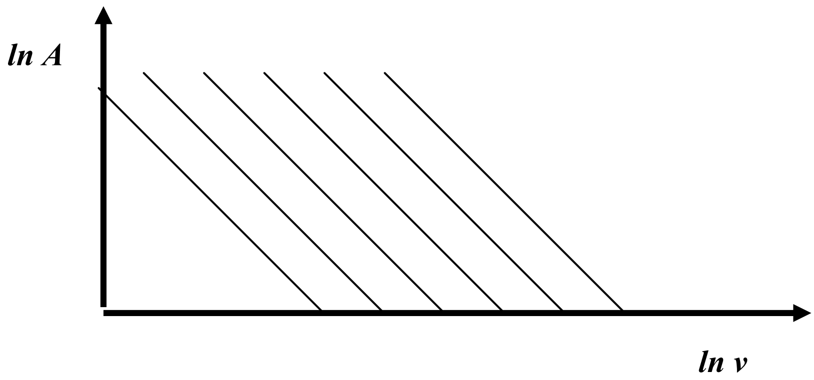

Рис. 4. Диаграмма «равномощных» машин

Изучение режимов реальных машин показывает, что существуют две грани возможных режимов машин: **нижняя грань** — минимальная величина мощности, которую может пропустить от источника к нагрузке канал машины, и **верхняя грань** — максимальная величина мощности, которую может пропустить канал машины без разрушения. Эти две грани и отмечены на рис. 5.

Между этими гранями и лежат все возможные «грубые» траектории, т. е., такая работа каналов машин, когда поведение машин при изменении нагрузки остается практически неизменным, т. е. устойчивым.

Наличие верхней и нижней грани для величины мощности, пропускаемой через канал машины, представленное в логарифмических координатах, при соединении с диаграммами автоколебательных систем, характеризующихся постоянством амплитуды или частоты, приводит к возникновению «критических точек» (рис. 5).

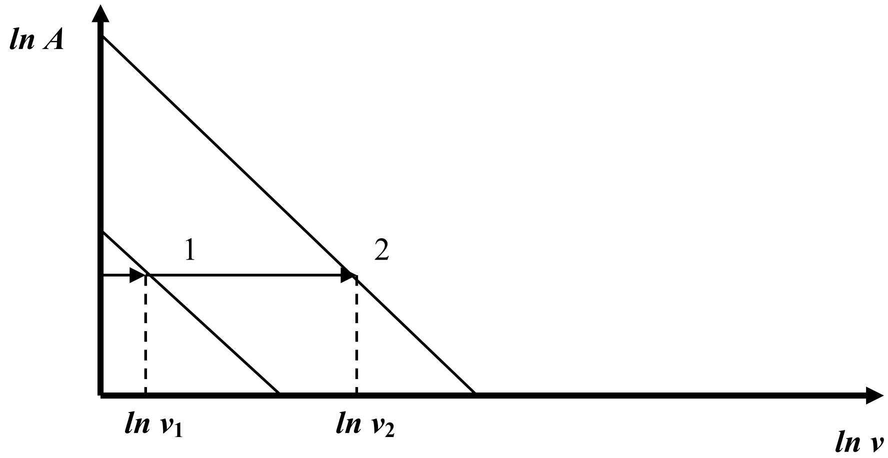

Рис. 5. Постоянство амплитуды на диаграмме равномощных машин

Линия постоянной амплитуды A_1 показывает, что не существует авто-колебаний с частотой меньшей, чем v_1. В точке 2 мы встречаемся с ситуацией, когда дальнейшее увеличение частоты приводит либо к разрушению машины, либо к уменьшению амплитуды.

Внимание должно быть обращено на простой факт — мы на всех диаграммах откладываем на осях координат те или иные физические величины, но не используем никаких данных о конструктивных особенностях машин. Очевидно, что общая динамика машин, чтобы быть «теорией машин», должна быть **независимой от конструктивных особенностей**, но не может быть **независимой** от физических величин, характеризующих конструкцию машины.

Теперь мы можем обратиться к физическим величинам, характеризующим материалы, используемые для создания машин. Именно эти материалы и обладают физическими свойствами, обеспечивающими существование канала, через который и передается поток свободной энергии.

4. Пример передачи мощности в виде приводного ремня

Рассмотрим один простейший канал передачи мощности в виде приводного ремня — трансмиссии (рис. 6).

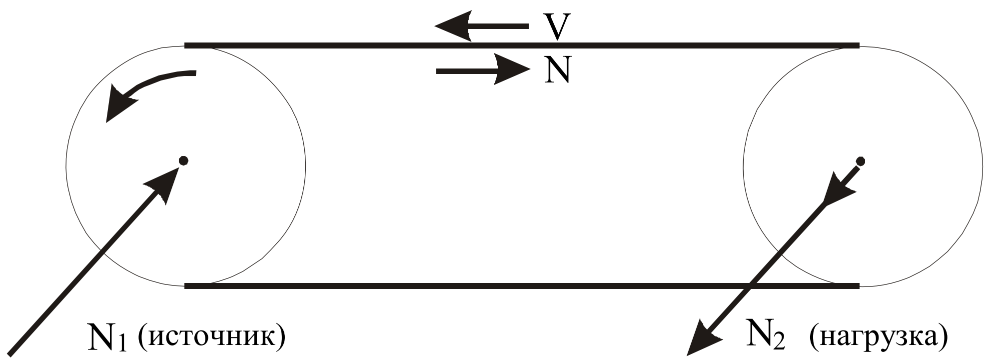

Рис. 6. Модель передачи мощности через приводной ремень

Мощность N_1 (источника) передается через приводной ремень без диссипативных потерь на второй вал и снимается в виде мощности N_2 (нагрузки).

Леонид Исаакович Мандельштам
(1879 —1944)

Академик Л. И. Мандельштам приводил эту модель в своих лекциях по теории колебаний как изящную конструкцию, где материал ремня (верхняя часть) перемещается **влево**, а поток энергии идет через ремень **вправо**. Эта модель весьма проста, но она демонстрирует роль физических свойств используемого материала.

Модель демонстрирует существование **верхней грани величины** натяжения ремня. Действительно, **если перейти верхнюю грань натяжения ремня**, **наступит разрушение материала**.

Обозначим верхнюю грань натяжения T_{max}. Эта величина дает верхнюю грань **силы**, которая действует на ремень. Величина передаваемой **мощности** будет равна произведению **силы** на величину скорости — V перемещения ремня:

$$N = T \cdot V.$$

Очевидно, что при максимальном натяжении T_{max} и максимальной скорости V_{max} перемещения ремня достигается **верхняя грань величины передаваемой мощности** − N_{max}:

$$N_{max} = T_{max} \cdot V_{max}.$$

Наша задача связана с определением V_{max}, что позволит найти верхнюю грань величины передаваемой мощности.

Формально линейная скорость перемещения ремня ограничена только величиной скорости света, но мы догадываемся, что верхняя грань скорости перемещения ремня лежит где-то ниже.

Мы можем заметить, что линейная скорость ремня V не может превосходить **скорости передачи мощности через ремень**, так как эти две скорости направлены навстречу друг другу.

Теперь мы начинаем искать **скорость передачи мощности через ремень** — W. Эта величина легко находится из волнового уравнения. Скорость распространения волны упругой деформации равна:

$$W = \sqrt{\frac{T}{\rho}},$$

где T — натяжение ремня, ρ — плотность, а W — скорость распространения волны упругой деформации. Очевидно, что при T_{max} мы получаем максимальную скорость движения волны упругой деформации через ремень, равную W_{max}.

Попробуем приравнять линейную скорость ремня V этой величине W_{max}. Оказывается, что в этом случае через ремень поток энергии будет равен нулю. Поток энергии будет равен нулю и в том случае, когда линейная скорость ремня V равна нулю.

Нетрудно видеть, что максимум величины передаваемой мощности будет достигаться при $V = \frac{W_{max}}{2}$.

Мы нашли максимальную линейную скорость ремня V_{max}. Теперь мы можем найти и верхнюю грань величины передаваемой мощности:

$$N_{max} = T_{max} \cdot V_{max}.$$

Однако мы можем выразить через:

$$T_{max} = \rho \cdot W^2_{max}.$$

И теперь величина передаваемой мощности может быть представлена в виде

$$N_{max} = \rho\, W^2_{max} \cdot V_{max} = \rho \frac{W^3_{max}}{2}.$$

Достаточно воспользоваться таблицей физических величин, как сразу же обнаруживается погрешность полученного решения, связанная с «фигурой умолчания».

Размерность мощности в системе LT $[N] = [L^5T^{-5}]$.

Размерность скорости в системе LT $[W] = [L^1T^{-1}]$.

Размерность плотности в системе LT $[\rho] = [M] : [L^3] = [L^0T^{-2}]$.

$$[N] = [L^5T^{-5}] = [\rho]\,[W]^3 = [L^3T^{-5}].$$

В левой части размерность $[L^5]$, в правой части $[L^3]$: мы не заметили, что имели дело с величиной мощности, передаваемой через единичную площадку ремня, т. е. мы нашли не мощность, а мощность на единицу поперечного сечения ремня. Исправим нашу ошибку

$$\frac{N_{\max}}{S} = \frac{N_{\max}}{L^2} = \rho\frac{W_{\max}^3}{2}.$$

Этот результат естественен. Если увеличить поперечное сечение ремня, то при том же натяжении и при том же значении линейной скорости ремня может передаваться большая мощность (пропорциональная сечению ремня).

Этот пример преследовал цель показать тонкую математическую особенность систем передачи мощности через каналы обобщенной машины.

Для нахождения скорости распространения волны упругой деформации мы «решали» дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка. Его решение (при закрепленном втором вале, связанном с нагрузкой) дает «стоячую волну» упругой деформации, являющуюся суперпозицией «прямой» и «отраженной» волны. Однако это решение еще ничего не говорит о действительном процессе передачи мощности, который определяется **новой переменной** — V — линейной скоростью движения ремня.

Наличие этой независимой переменной приводит к тому, что в нашей задаче могут быть введены **две системы координат**: первая — жестко связанная с ремнем и вторая — жестко связанная с положением механизма.

«Наблюдатель» в первой системе координат наблюдает «стоячую волну» упругой деформации и «не замечает» переносной скорости движения ремня.

«Наблюдатель» во второй системе координат, наблюдая наличие переносной скорости ремня, замечает **различие в скоростях «прямой» и «отраженной» волны**: «прямая» волна движется вправо со скоростью $W — V$, а «отраженная» волна движется влево со скоростью $W + V$.

Полусумма и полуразность этих скоростей позволяют находить значение скорости волны упругой деформации и переносной скорости порознь:

$$A = \frac{S_1 + S_2}{2} = \frac{W - V + W + V}{2} = W,$$

$$B = \frac{S_1 - S_2}{2} = \frac{W + V - W + V}{2} = V.$$

Эта операция может выполняться не только со скалярами, но и с матрицами.

Отсутствие «равенства» скоростей «прямой» и «отраженной» волн проявляется формально в том, что вторые производные зависят от порядка дифференцирования, т. е.

$$U_{xt} - U_{tx} = a,$$

где a и есть величина переносной скорости V, создающая различие скоростей «прямой» и «отраженной» волн.

Если величина a (а, следовательно, и переносная скорость) обращается в нуль, мы имеем дело с «консервативной» или «голономной» системой. Отличие величины a от нуля является **мерой неголономности** и мерой неинтегрируемости уравнений Пфаффа.

Действительное движение «прямой» и «отраженной» волн упругой деформации «маскируется» невыразительным понятием «энергия упругой деформации», исключающим динамику процесса.

Мы теперь видим связь с пропускной способностью этого канала. Нет ни одной машины, где за видимой простотой ее работы не стояло бы решение дифференциального уравнения в частных производных третьего порядка.

5. Связь различных форм мощности (механической, электрической, волновой, тепловой)

Используя разработанную простую модель канала передачи мощности, рассмотрим линию электропередачи. Будем отождествлять силу натяжения с напряжением в линии, а величину переносной скорости шкива с током. Величина передаваемой мощности будет равна произведению этих величин:

$$N = ei, \quad \text{где } e \text{ — напряжение, а } i \text{ — ток.}$$

Существует ли здесь подобный предел для величины передаваемой мощности, аналогичный найденному нами для ременной передачи, и если существует, то как он связан с материалом этого канала?

Ключевой вопрос относится к аналогу «скорости распространения волны упругой деформации».

Обычно в этих случаях составляется телеграфное уравнение, которое весьма тщательно разобрал академик А. И. Мандельштам в своих лекциях по теории колебаний. Там же показаны весьма тонкие детали процесса составления и решения этого уравнения.

Поскольку оно является аналогичным соответствующему уравнению для ременной передачи, то его решением является «стоячая волна» электромагнитных колебаний в электрической линии, соответствующая **«току нагрузки» ≡ «переносной скорости»**, которая равна нулю. Эта «стоячая волна» электромагнитных колебаний тождественна «стоячей волне» упругой деформации неподвижного ремня.

«Мощность», которая циркулирует в линии, электротехники называют «**реактивной мощностью**».

Очевидно, что «реактивная мощность» может достигать двух предельных значений, соответствующих «натяжению» и «сжатию» ремня. **Активную мощность мы будем связывать с током нагрузки**, эквивалентным переносной скорости.

Эта активная мощность должна демонстрировать прохождение через максимум и последующий спад до нуля (соответствующий росту переносной скорости выше значения $\frac{W}{2}$ до W). Этот факт хорошо известен в электротехнике, но поскольку в ней отсутствует понятие, эквивалентное «скорости распространения волны упругой деформации», то это явление описывается в терминах «фазового сдвига» между током и напряжением.

Скалярное произведение тока на напряжение обращается в нуль, когда ток и напряжение отличаются по «фазе» на 90° или $\frac{\pi}{2}$.

Таких точек на круговой диаграмме — две. Они соответствуют переносной скорости ремня, равной нулю, либо равной W. Две точки на круговой диаграмме соответствуют максимуму величины активной мощности и отличаются знаком.

На модели ременной передачи этим точкам соответствуют два значения максимальной мощности, отличающихся **направлением передачи мощности** от первого вала ко второму и от второго вала (который становится «источником») к первому (который становится «нагрузкой»).

Это дает возможность выразить мощность, как в механической, так и в электрической форме.

$N = T_{max} \cdot V_x$ или $N = e_{max} \cdot i_x$

или, для второго случая,

$N = V_{max} \cdot T_x$ или $N = I_{max} \cdot E_x$.

Пополним нашу модель обобщенного канала еще одной характеристикой — **расстоянием между осями валов** — l. Пользуясь этой характеристикой и найденным выше значением скоростей — скорости волны упругой деформации, обозначенной через W и линейной скорости ремня V, мы можем перейти к **частотному описанию нашего канала**. Имеем

$$\frac{W_{\max}}{2l} = \nu_{\max}, \qquad \frac{V}{2l} = \nu'_{\text{переносная}}$$

Выражение $\nu_{\max}$ означает число «проходов» волны упругой деформации за единицу времени от первого вала ко второму и обратно, если натяжение ремня максимально.

Выражение $\nu'_{\text{переносная}}$ означает число «проходов» от второго вала к первому и обратно за единицу времени, если бы с такой скоростью распространялась соответствующая волна.

В таком рассмотрении мы имеем «частотные» характеристики нашего механизма. Введение переносной скорости «добавляет» и «уменьшает» частоту волны упругой деформации, изменяя скорость «прямой» и «отраженной» волн.

Частота волны, идущей «вправо», определяемая разностью скоростей $W — V$, будет равна

$$\nu_{\text{вправо}} = \frac{W - V}{2l}.$$

Полученный результат в виде различия «собственных частот» прямой и отраженной волн известен в радиотехнике под названием «модуляции». В нашей системе обнаруживаются три типа частот: $\nu_{\max}$ — немодулированная основная частота и два «спутника» ($\nu_{\max}$ — $\nu'_{\text{переносная}}$) и ($\nu_{\max} + \nu'_{\text{переносная}}$).

Мы подошли к ключевой проблематике рассмотрения динамики машин.

Мы обнаруживаем, что пока нет переносной скорости шкива, т. е. когда система консервативна, решением уравнений является «стоячая волна» упругой деформации. Это решение дифференциального уравнения в частных производных второго порядка.

Когда начинается процесс передачи мощности, мы переходим к динамике консервативных систем, которые описываются дифференциальными уравнениями в частных производных третьего порядка.

Их решение **существует всегда**, если обеспечена **полнота исходных данных**. Нам хотелось показать важность восприятия **полной физической картины** наблюдаемого явления.

Рассмотренный нами «частный» подход к ременной передаче должен облегчить переход от «точечного» описания динамической системы к «волновому» описанию **той же самой динамической системы,** но в другой «системе координат».

Вернемся к нашему «частному» подходу. Решение волнового уравнения «при закрепленном конце» обеспечивает наличие «отраженной» волны, но сама запись уравнения **не содержит никаких указаний на длину ремня. Нужно догадаться использовать для решения задачи «расстояние» между осями валов**.

Само значение линейной скорости ремня V представляется **независимой переменной**.

Нужно догадаться, что линейная скорость ремня, определяющая величину передаваемой мощности, «связана» со скоростью волны упругой деформации.

Теперь мы получаем **понимание** решений дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка и **понимание** роли физических свойств **материала канала машины.**

Материал канала машины дает нам константу или **инвариант**, **определяющий верхнюю грань передаваемой мощности**. Такую верхнюю грань нельзя обнаружить, не решая волнового уравнения. Решив волновое уравнение, мы получаем необходимую константу.

Вводя в рассмотрение **расстояние** между источником и нагрузкой, мы получаем «частное» описание. Теперь переносная скорость ремня может быть представлена в форме «частотной модуляции», и необходимое **решение всегда существует.**

Если наша физическая картина полна, то модель передачи мощности через электрическую линию может быть построена на базе «модуляции» по частоте «прямой» и «отраженной» волн. Именно так и строил общую теорию электрических машин и механизмов Г. Крон.

Поскольку точное решение дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка в общем виде отсутствует, то решение инженерных задач передачи мощности через линию принято выражать в терминах «сдвига фаз» между током и напряжением.

Эти «фазовые соотношения» можно представить круговой диаграммой (рис. 7).

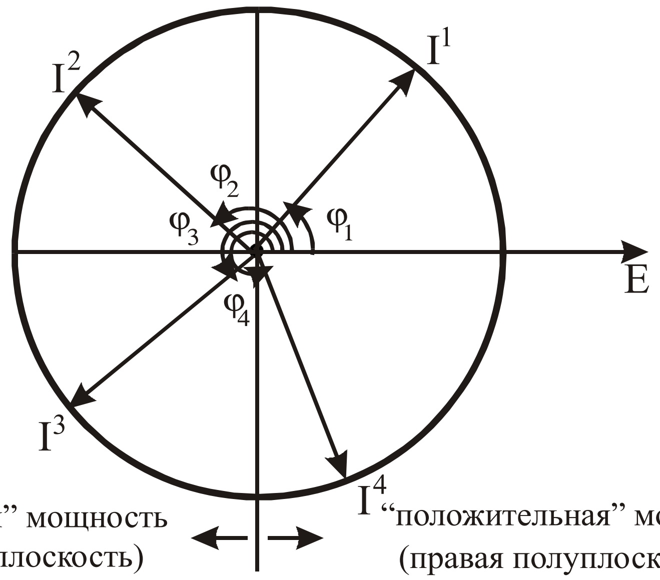

Рис. 7. «Фазовые соотношения» на «приемном конце линии»

Величина «активной мощности» на приемном конце электрической линии определяется «скалярным произведением» векторов напряжения $\bar{E}$ и тока $\bar{I}$

$$N = \bar{E} \cdot \bar{I} = EI \cos \varphi$$

По диаграмме мы видим, что в правой полуплоскости это скалярное произведение положительно, а в левой полуплоскости — отрицательно. Эти знаки означают «положительную» и «отрицательную» нагрузку.

Для большей наглядности физической картины, даваемой ременной передачей, произведем «отождествление» понятий. Будем считать «натяжение» ремня аналогом тока. Изменение знака скалярного произведения означает, что второй вал перестал быть «нагрузкой», а стал «источником» мощности (что соответствует «натяжению» нижней части ремня).

Наше выражение:

$$N = \bar{E} \cdot \bar{I}$$

переходит в выражение

$$N = T \cdot V$$

Однако во втором выражении и натяжение, и скорость либо параллельны, либо антипараллельны.

Роль «фазы» во втором выражении будет играть абсолютная величина переносной скорости, которая может изменяться от $+ W$ до — W, проходя через значение $\pm \frac{W}{2}$.

При $+ W$ и — W величина передаваемой мощности равна нулю, что соответствует концам вертикального диаметра фазовой диаграммы, т. е. углам $\varphi = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$ или $\varphi = 270^\circ = \frac{3\pi}{2}$.

При $\pm\frac{W}{2}$ величина передаваемой мощности максимальна, что соответствует концам горизонтального диаметра, т. е. углам $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 180^\circ = \pi$.
Эти четыре точки мы отождествляем с соответствующим произведением натяжения на переносную скорость.
Исходя из естественного желания инженера — «упростить» выполнение проектного решения, часто заменяют электрическую линию с распределенным параметрами «эквивалентной схемой» четырехполюсника.
Теперь мы знаем, что эта, так называемая «эквивалентная схема», является приемлемой заменой однородной линии, когда особенностями процесса в виде суперпозиции «стоячей волны» и наложенной на нее «переносной скорости» можно пренебречь.
Заменяя переносную скорость величиной тока, а натяжение — величиной напряжения, получим схему «обобщенного трансформатора» (рис. 8).

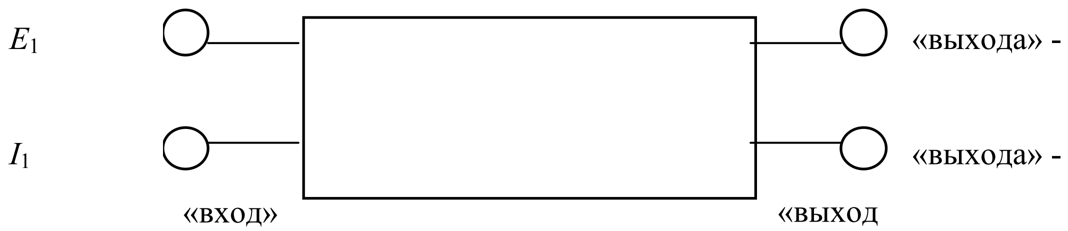

Рис. 8. Однородная линия (без потерь) как «обобщенный трансформатор»

При отсутствии диссипации уравнение мощности на входе и выходе имеет одно и то же значение:

$$N = E_1 I_1 = E_2 I_2$$

В этой записи мы приходим к «**элементарной**» или «**примитивной**» **модели обобщенного канала**.
С учетом диссипации можно записать уравнение баланса мощности:

входная мощность ≡ мощность потерь + полезная мощность выхода.

Естественно определить термодинамический коэффициент полезного действия в виде

$$\eta = \frac{\text{входная мощность - мощность потерь}}{\text{входная мощность}} = \frac{\text{полезная мощность выхода}}{\text{входная мощность}}$$

В тензорном анализе систем Г.Крон активно использует «электрический» язык и записывает уравнение напряжения в виде:

$e = z \cdot i$, где z — импеданс.

Уравнение тока в виде:

$I = Y \cdot E$, где Y — адмиттанс.

Понятия «импеданс» и «адмиттанс» мы лишь слегка затронули в разделе «Технологии». Здесь мы хотим показать связь между этими понятиями и соответствующими величинами, к которым мы уже привыкли. Для этой цели нам придется дать физическую интерпретацию «импеданса» z и «адмиттанса» Y, показав в явном виде их же связь с различными видами сил.

6. Три вида сил — три уравнения движения

В настоящее время четко различают **два вида сил**: силы, зависящие от «положения» или «координаты», и силы, зависящие от «ускорения». Последние обычно считают зависящими от массы.

Первые зависят от координаты и имеют вид:

$$F = \pm k\,x$$

Вторые зависят от «ускорения» и имеют вид:

$$F = \pm m\,g$$

Третий вид сил, который мы и хотели особенно подчеркнуть, — это силы, которые зависят от **скорости:**

$$F = \pm a\,V,$$

где a — некоторый коэффициент пропорциональности.

Перепишем эти три уравнения, отмечая связь с координатой, т. е. используя точки над координатой, для обозначения производных:

1. $F = \pm k\,x$ 1. $E = \pm k_1\,q$
2. $F = \pm a\,\dot{x}$ 2. $E = \pm k_2\,\dot{q}$
3. $F = \pm m\,\ddot{x}$ 3. $E = \pm k_3\,\ddot{q}$

В правом столбике мы заменили «силу» на «напряжение», а вместо «координаты» использовали «обобщенную координату» q.

Теперь перед нами стоит выбор «основной переменной», роль которой в электротехнике играет величина $\dot{q} = i$.

Выбирая в качестве «основной переменной» величину тока i, мы можем константы k_1, k_2, k_3, используя дифференциалъный оператор $p = \dfrac{d}{dt}$, записать в виде:

$$k_1 = \frac{1}{cp} \qquad e = \frac{1}{cp} i = \frac{1}{cp}\dot{q}$$

$$k_2 = R \qquad e = R \cdot i = R \cdot \dot{q}$$

$$k_3 = Lp \qquad e = L \cdot p \cdot i = Lp\dot{q}$$

где R — сопротивление, L — индуктивность, c — емкость.

Выноса $i = \dot{q}$ за скобки, получим

$$e = (\frac{1}{cp} + R + Lp)\; i = (\frac{1}{cp} + R + Lp)\; \dot{q}$$

Выражение в скобках можно обозначить символом z:

$$e = z \cdot i = (\frac{1}{cp} + R + Lp) \cdot i$$

Мощность в нашем канале, определяемая в виде произведения

$N = e \cdot i$ с размерностью в системе LT $[L^5T^{-5}]$

переходит в выражение

$$e \cdot i = \frac{1}{cp} i^2 + Ri^2 + Lp \cdot i^2,$$

т. е. имеется четыре вида мощности

1) ei, $[L^5T^{-5}]$ 2) $\dfrac{1}{cp} i^2$, $[L^5T^{-5}]$

3) Ri^2, $[L^5T^{-5}]$ 4) Lpi^2, $[L^5T^{-5}]$.

Эта четыре вида мощности образуют **векторную сумму, равную нулю в любой системе координат**, что соответствует установившемуся режиму передачи мощности. Это обстоятельство и послужило одним из оснований для принятия мощности в качестве инварианта в тензорном анализе Г. Крона.

Вернемся к физической картине ременной передачи.

Можно найти в ней «проходящую» через канал «мощность», которая пропорциональна линейной скорости ремня и «мощности», которая циркулирует в канале, соответствуя «стоячей волне» упругой деформации. Возвращаясь к круговой диаграмме, мы вспоминаем, что у нас наблюдалось **два вида потенциальной энергии**, отличающихся знаком, и **два вида кинетической энергии**, отличающихся знаком (раздел «Физика»).

Два вида потенциальной энергии соответствуют «натяжению» и «сжатию», а два вида кинетической энергии соответствуют знаку «скорости» «вправо» и «влево», отличаясь **направлением**.

Эти четыре вида энергии, отличающиеся попарно знаком, и образуют замкнутый многоугольник (рис. 9).

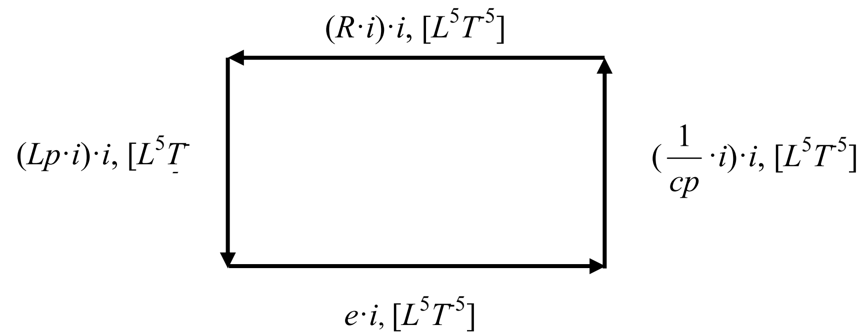

Рис. 9. Уравнение «баланса» мощности как «векторная» диаграмма

Для составления баланса мощности мы использовали слово «энергия», наш язык слишком «привязан» к этому понятию. Там, где нужно говорить «мощность», мы по привычке говорим «энергия».

Подобную нашей попытку «объяснить физику волн» без громоздких формул предпринял Дж. Пирс в книге «Почти все о волнах». Наша цель рассказать «почти все о передачи мощности», но этот рассказ нельзя вести не рассказывая «почти все о волнах».

Дж. Пирс ввел серию понятий, которые он называл «погонными», т. е. понятия, относящиеся к физическим величинам, отнесенным на **единицу длины канала**.

Используя кинематическую систему единиц, рассмотрим эти понятия.

«Погонная масса» — масса на единицу длины.

$$[L^3T^{-2}] : [L^1] = [L^2T^{-2}](\frac{m}{e}).$$

«Погонный импульс»

$$[L^4T^{-3}] : [L^1] = [L^3T^{-3}](\frac{N}{e} = \frac{mV}{e}).$$

«Погонная энергия»

$$[L^5T^{-4}] : [L^1] = [L^4T^{-4}](E = \frac{1}{2}\frac{mV^2}{e}).$$

«Погонная мощность» — эту величину Дж. Пирс образовал произведением погонной энергией E на скорость V и получил

$$N = \frac{1}{2}\ m\ V^3 = \frac{E}{e}\ V,$$

что дает

$$\frac{E}{e}\cdot V = [\frac{L^5T^{-4}}{L'}]\ [L'T^{-1}] = [L^5T^{-5}].$$

Это выражение Дж. Пирса представляет собою просто «мощность», а не погонную мощность, т. к. размерность L^5 не понизилась при отнесении на единицу длины.

В качестве величины V Дж. Пирс использует «групповую скорость», которая в нашей модели соответствует «линейной скорости ремня». Обратим внимание, что мощность у Дж. Пирса включает скорость в кубе. С другой стороны, связь «групповой» скорости с обычной скоростью распространения волны очевидна: «групповая» скорость всегда меньше скорости распространения волны упругой деформации.

Присматриваясь к понятию «погонная энергия» Дж. Пирса, мы видим, что эта величина имеет размерность «силы». Если отнести «погонную энергию» Пирса еще и к единице поперечного сечения канала, то мы узнаем хорошо известное нам «напряжение» T (или его «знаковый» антипод — «сжатие»).

Возвращаясь к нашей диаграмме баланса мощности, мы должны дать «имя» четырем видам мощности.

Мы будем называть «мощность», связанную со «стоячей волной» упругой деформации, «связанной» мощностью и отождествлять ее с «реактивной» мощностью электротехников.

В понятии «импеданс» мы будем различать эти компоненты, но **символ *R*, по крайней мере, в этом разделе, будем называть «механическим сопротивлением»**, т. е. не будем считать связанным с «диссипативной теплотой». Это и есть единственная «механическая» величина классической механики, всегда выступающая как «механическая сила» в произведении $R \cdot i$. Величина этой силы **пропорциональна скорости** и **механическому сопротивлению**. Механическое сопротивление названо Дж. Пирсом «погонным импульсом» и имеет размерность $R = [L^3T^{-3}] = P \cdot \dfrac{mV}{e}$.

С другой стороны, если использовать «погонную массу», то величину R можно представить как произведение

$$R = \frac{m}{e} V = \frac{m}{e} \cdot i,$$

что дает для «механической силы» выражение

$$F = \frac{m}{e} \cdot i^2 = R \cdot i = (\frac{m}{e} \cdot i)\, i,$$

т. е. механическая сила может рассматриваться как квадратичная функция скорости и «погонной» массы.

Эта «квадратичная зависимость» связана в электрических машинах с произведением скорости перемещения ротора и «квазискорости» тока в обмотках возбуждения, создающего магнитный поток

$$e = \Psi \cdot V = Li \cdot V,$$

где e — генерируемое напряжение = силе = F,

$\Psi = Li$ — магнитный поток,

V = скорость движения проводника.

Величина L играет роль «погонной массы».

Представим векторную диаграмму в традиционном виде на рис. 10.

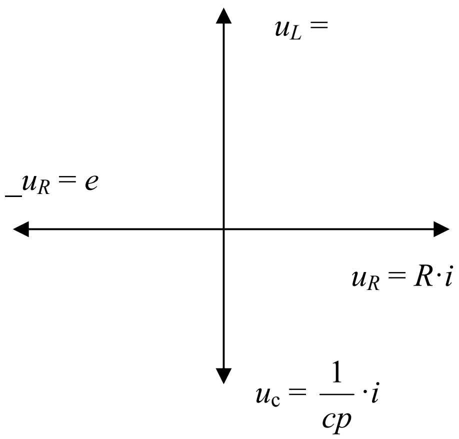

Рис. 10. Векторная диаграмма переменных токов

«Замкнутый» четырехугольник как символическое изображение «контура» преобразован в «звезду», сумма векторов которой равна нулю. У нас в «сознание» рождено «тензорное» или «инвариантное» представление о классе систем с инвариантом величины мощность. Теперь мы подготовлены к тому, чтобы дать общее представление о тензорном методе.

Заключение

Рассмотренные в этом разделе портала вопросы являются естественным предложением обсуждения различных аспектов методологии проектирования. Если в предыдущих разделах акцент был сделан на теоретических и логических вопросах метода, то в этой главе мы сосредоточили внимание на технических системах.

Мы показали, что так же, как и при рассмотрении естественных и социальных процессов, устойчивость технических систем определяется законом сохранения мощности.

Мы обсудили понятие «общая динамика машин» и показали, что общим свойством всех машин является обобщенный «канал», через который поток свободной энергии от источника переходит в поток свободной энергии, поступающий в нагрузку машины.

Этот вывод был получен в полном соответствии с рассмотренными выше в разделе «Технологии» принципами работы явлений жизни на космическом корабле «Земля».

Мы рассмотрели свойства и параметры обобщенной машины как «канала», соединяющего источник мощности с нагрузкой.

Обсудили амплитудно-частотные характеристики и их связь с материалом передачи мощности, показав возможность расчета предельной мощности на примере приводного ремня (хотя это не принципиально, в качестве примера мы могли бы взять и жидкий материал).

Была рассмотрена связь различных форм мощности и соответствующие им уравнения движения.

Все рассмотрение преследовало только одну цель — подготовить читателя к восприятию основных положений тензорного метода Г. Крона.

Выводы

1. **Машина — это устройство, через которое поток свободной энергии идет от источника к нагрузке.**
2. **Любое устройство и технология, которая является «каналом», соединяющим источник мощности с нагрузкой, называется «обобщенной машиной».**
3. **Общим свойством всех машин является обобщенный «канал» переноса свободной энергии.**
4. **Проектное решение, которое изменяет конструкцию машины, но сохраняет полную мощность, является преобразованием координат.**
5. **Неизменная величина входной мощности, которая образует фундамент сравнения всех возможных машин, является инвариантом или тензором.**
6. **В обобщенной машине выделяются три группы параметров:**
   - **параметры источника мощности;**
   - **параметры канала;**
   - **параметры нагрузки.**
7. **Рабочий цикл машины или установившийся характер et движения возможны тогда и только тогда, когда имеет место баланс потоков свободной энергии, т. е. поступление энергии в канал машины равно оттоку энергии в нагрузку.**
8. **Число циклов в единицу времени, умноженное на энергию в рабочем цикле, является мощностью машины.**
9. **Величина свободной энергии в цикле определяет амплитуду авто-вращения, а число циклов в единицу времени — его частоту.**
10. **Поведение машины является устойчивым, если все возможные траектории работы ее канала находятся между нижней и верхней гранью величины мощности.**
11. **При переходе верхней грани мощности наступает разрушение материала, обеспечивающего пропускную способность канала.**